ГРНТИ 28, 50

ISSN 0235-1501

МИНИСТЕРСТВО ПРОМЫШЛЕННОСТИ,
НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Российская Академия Наук

ВСЕРОССИЙСКИЙ ИНСТИТУТ НАУЧНОЙ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ
(ВИНИТИ)

РЕФЕРАТИВНЫЙ ЖУРНАЛ

13. МАТЕМАТИКА

СВОДНЫЙ ТОМ

ДЕМОНСТРАЦИОННАЯ ВЕРСИЯ

5 МОСКВА 2004

УДК 512

Алгебра

Е. С. Голод, А. В. Михалев, А. Л. Шмелькин

УДК 512.64

Линейная алгебра

04.05-13А.351 Ладейные полиномы к и от перманентов. Rook polynomials to and from permanents: Докл. [Combinatorial and Computational Mathematics Center (ComMaC) Conference on Association Schemes, Codes and Designs, Pohang, 3–7 July, 2000]. ***Cheon Gi-Sang, Hwang Suk-Geun, Song Seok-Zun.*** *Discrete Math.* 2003. 264, № 1–3, 25–36. Библ. 5. Англ.

Фактически без доказательства приводится основная

Теорема 1. Пусть C — неотрицательная квадратная матрица порядка $m+n$, $C=\begin{bmatrix} A & X \\ Y & B \end{bmatrix}$, где A и B — квадратные матрицы порядка m и n, соответственно $m\leqslant n$, X — матрица размера $m\times n$, Y — матрица размера $n\times m$. Тогда

$$\operatorname{per} C=\sum_{r=0}^{m}\sum_{\alpha,\delta\in Q_r(N_m)}\sum \operatorname{per} X[\alpha|\beta]\cdot\operatorname{per} Y[\gamma|\delta]\cdot$$

$$\cdot\operatorname{per} A(\alpha|\delta)\cdot\operatorname{per} B(\gamma|\beta),$$

где $N_m=\{1,2,\ldots,m\}$, $Q_r(S)$ — множество всех r-подмножеств множества S. Из теоремы 1 непосредственно вытекает

Следствие. Пусть A и B — квадратные матрицы m и n, соответственно, $J_{m,n}$ — матрица размера $m\times n$, все элементы которой равны 1. Тогда

$$\operatorname{per}\begin{bmatrix} A & J_{m,n} \\ J_{n,m} & B \end{bmatrix}=\sum_{r=0}^{m}(r!)^2\sigma_{m-r}(A)\sigma_{n-r}(B),$$

$$\text{где } \sigma_k(A)=\sum_{\alpha\in Q_{k,m}}\operatorname{per} A[\alpha|N_n].$$

Ниже, для удобства изложения, используются следующие обозначения, принадлежащие референту. Пусть $T_n^{(k)}=(a_{i,j})_{1\leqslant i,j\leqslant n}$, $a_{i,j}=\begin{cases}1, & \text{если } j-i=k,\\ 0, & \text{если } j-i\neq k.\end{cases}$ Используя следствие теоремы 1 для перманентов (0, 1)-тёплицевых матриц $\sum\limits_{i=0}^{m+n-2}T_{m+n}^{(-m+1+i)}$ и $\sum\limits_{i=0}^{2n-p-q}T_n^{(-n+p+1+i)}$, $p+q\leqslant n$, получены простые формулы. В частности, $\operatorname{per}\left(\sum\limits_{i=0}^{m+n-2}T_{m+n}^{(-m+1+i)}\right)=\sum\limits_{k=0}^{m}(k!)^2S(m\,k)S(n,k)$, где $S(n,k)$ — число Старлинга второго рода. Использование конструкции теоремы 1 для вычисления ладейного полинома матрицы Ферре дает эффект только в случае $m=n$.

Примечания референта. Референту не ясно, каким образом, как это утверждают авторы, теорема 1 следует из теоремы Фробениуса—Кёнига. На самом деле, теорема 1 справедлива для произвольных матриц над коммутативным кольцом и ее доказательство следует из элементарной леммы о подстановках конечного множества, принадлежащей референту.

Пусть σ — подстановка конечного множества X, $A\subset X$. Тогда существуют единственные такие подмножества $\alpha\subseteq A$, $\beta\subseteq X\setminus A$, $\gamma\subseteq X\setminus A$, $\delta\subseteq A$, что $|\alpha|=|\beta|=|\gamma|=|\delta|$ и $\sigma(\alpha)=\beta$, $\sigma(\gamma)=\delta$, $\sigma(A\setminus\alpha)=A\setminus\delta$, $\sigma((X\setminus A)\setminus\gamma)=(X\setminus A)\setminus\beta$.

Классифицируя подстановки множества $N_{m+n}(A = N_m)$ по множествам α, β, γ, δ, немедленно получаем теорему 1.

В § 4 авторы пишут "Однако не существует каких-либо точных формул для перманентов тёплицевых матриц до настоящего времени". На самом деле, референтом получены и опубликованы (РЖМат, 1991, 1А378; 12А363; 1993, 2А323) точные формулы для перманентов и ладейных полиномов общих тёплицевых матриц, их подматриц и общих циркулянтов. Более того, референтом создана аналогичная теория для цикловых перманентов и цикловых ладейных полиномов (доложено на V Международном семинаре по дискретной математике и ее приложениям 2 февраля 1995 г.), а также соответствующая теория для кронекеровых произведений общих тёплицевых матриц и циркулянтов с матрицей J.

А. Каменецкий

УДК 512.66

Гомологическая алгебра

04.05-13А.374 Эквивариантная группа когомологий и группа Брауэра. Equivariant group cohomology and Brauer group. ***Cegarra A. M., Garzón A. R.*** *Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin.* 2003. 10, № 3, 451–459. Англ.

Пусть Γ — группа, а G—Γ-группа (т. е. группа, на которой Γ действует слева как группа операторов с помощью автоморфизмов: $(\sigma,\, x) = {}^{\sigma}x$, $\sigma \in G$, $x \in G$). Γ-эквивариантный модуль над Γ-группой G — это Γ-модуль A, снабженный структурой G-модуля такой, что ${}^{\sigma}({}^{x}a) = ({}^{\sigma}{}^{x})({}^{\sigma}a)$ для всех $a \in A$; $\sigma \in \Gamma$, $x \in G$. Вторая эквивариантная группа когомологий $H^2_{\Gamma}(G,\, A)$ определяется как факторгруппа

$$Z^2_{\Gamma}(G,\, A)/B^2_{\Gamma}(G,\, A),$$

где $Z^2_{\Gamma}(G,\, A)$ — множество всех функций

$$\varphi : (G \times G) \cup (G \times \Gamma) \to A$$

таких, что $\varphi(x,\, 1_G) = 0 = \varphi(1_G,\, x) = \varphi(x,\, 1_{\Gamma})$ для всех $x \in G$ и

$$ {}^{x}\varphi(y,\, z) + \varphi(x,\, yz) = \varphi(xy, z) + \varphi(x,\, y), \tag{1}$$

$$ {}^{x}\varphi(x,\, y) + \varphi(xy,\, \sigma) = \varphi({}^{\sigma}x^{\sigma}, y) + {}^{\sigma x}\varphi(y,\, \sigma) + \varphi(x,\, \sigma), \tag{2}$$

$$\varphi(x,\, \sigma\tau) = {}^{\sigma}\varphi(x,\, \tau) + \dot{\varphi}({}^{\tau}x,\, \sigma), \tag{3}$$

для всех $x, y, z \in G$; $\sigma, \tau \in \Gamma$. $Z^2_{\Gamma}(G,\, A)$ — группа относительно естественного умножения, обладающая подгруппой $B^2_{\Gamma}(G,\, A)$, состоящей из функций φ вида $\partial\psi$, где $\partial\psi$ определено равенствами

$$(\partial\psi)(x,\, y) = {}^{x}\partial(y) - \psi(xy) + \psi(x), \tag{4}$$

$$(\partial\psi)(x,\, \sigma) = {}^{\sigma}\psi(x) - \psi({}^{\sigma}x), \tag{5}$$

для любой функции $\psi : G \to A$ со свойством $\psi(1_G) = 0$. Для конечного расширения Галуа F/K полей с некоторой группой Γ, действующей на F с помощью K-автоморфизмов, определена, таким образом, группа $H^2_{\Gamma}(G,\, F^*)$ с коэффициентами в Γ — эквивариантном модуле F^* ($F^* = F \setminus \{0\}$). С другой стороны, в этой ситуации определена группа $\mathrm{Br}_{\Gamma}(F/K)$ эквивариантных классов изоморфизмов конечномерных центральных простых K-алгебр, снабженных Γ-действием с помощью K-автоморфизмов и содержащих F в качестве Γ-эквивариантного строго максимального подполя.

Основной результат статьи об изоморфизме групп $H^2_{\Gamma}(G,\, F^*)$ и $\mathrm{Br}_{\Gamma}(F/K)$ есть частный случай несколько более общего, полученного в параграфе 2 о специальных эквивариантных алгебрах Адзумаи, связанных с расширениями Галуа коммутативных колец.

В. Янчевский

УДК 517.51

Теория функций действительного переменного

С. М. Никольский, Е. П. Кругова

04.05-13Б.106 Аппроксимация частными суммами рядов Фурье на одномерном и двумерном торах. Approximation by the partial sums of Fourier series on the one- and two-dimensional torus. ***Moricz F.*** *Functions, Series, Operators*: *Alexits Memorial Conference, Budapest, Aug. 9–13, 1999.* Budapest: Janos Bolyai Math. Soc. 2002, 297–319. Англ.

В основном, обзорная статья по проблеме аппроксимации суммами Фурье ограниченных функций из L_1, функций с ограниченной вариацией, сопряженных функций с ограниченной вариацией одной и двух переменных.

Во многих оценках используется величина осцилляции по отрезкам, на которые разбивается основной интервал.

Если $\{S_n(f;x)\}$ — частные суммы ряда Фурье функции $f(x)$ и

$$\varphi_x(t) = f(x-t) = f(x+t) - 2f(x),$$

то

$$\operatorname{osc}(\varphi, I) = \sup\{|\varphi(t) - \varphi(t')| : \ t, t' \in I\}.$$

Для функции двух переменных $f(x,y)$

$$\varphi_{x,y}(f;u,v) = f(x-u,y-v) + f(x+u,y-v) + \\ + f(x-u,y+v) + f(x+u,y+v) - 4f(x,y);$$

и

$$\operatorname{osc}(\varphi, I_1 \times I_2) = \sup\{|\varphi(u,v) - \varphi(u',v) - \varphi(u,v') + \varphi(u',v')| : \\ u,v \in I_1 \text{ и } \ u',v' \in I_2\}.$$

Например:

Т е о р е м а 1.1 (Боянич и Ватерман). Если $f \in L_1(T)$ и ограничена, то

$$|S_n(f;x) - f(x)| \leqslant \left(1 + \frac{1}{\pi}\right) \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \operatorname{osc}(\varphi_x(f), I_{k,n}),$$

где

$$I_{k,n} = \left[\frac{k\pi}{n+1}, \frac{(k+1)\pi}{n+1}\right], \quad k,n = 0,1,....$$

Т е о р е м а 2.1 (Мориц). Если $f \in L_1(T)$ и ограничена, то

$$\left|\tilde{S}_n(f;x) - \tilde{f}\left(\frac{\pi}{n+1};x\right)\right| \leqslant \\ \leqslant \left(1 + \frac{1}{\pi}\right) \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \operatorname{osc}(\psi_x(f); I_{k,n}),$$

где

$$\psi_x(f;t) = f(x-t) - f(x+t),$$

$$f(h;x) = \frac{1}{\pi} \int_h^{\pi} \frac{\psi_x(f;t)}{2 \operatorname{tg} t/2} dt, \ h > 0.$$

.

В. Баскаков

04.05-13Б.108 Об аппроксимации периодических функций нескольких переменных в пространстве $H^l_{p,m}(\omega)$. On approximation of multivariable periodic functions in the $H^l_{p,m}[\omega]$ spaces. ***Il'yasov N. A.*** *Trans. Nat. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Techn. and Math. Sci.* 2000, № 4, 91–96, 266. Англ.; рез. азерб.

Найдены верхние оценки отклонений 2π-периодической многомерной функции от ее наилучшего полинома в метрике $L_p(\mathbf{T}^m)$, а также частные кубические суммы мультипликаторов Фурье—Лебега в норме обобщенных пространств Гёльдера.

УДК 519.6

Вычислительная математика

М. К. Керимов

УДК 519.65

Численные методы анализа

04.05-13Г.11 Рекуррентная формула для коэффициентов, связанных с рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2m}}$ $(m \in \mathbf{Z}^+)$. A recurrence formula of coefficient about $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2m}}$ $(m \in \mathbf{Z}^+)$. ***Li Wen-dong, Peng Jing, Mao Yue-hong***. *Hubei minzu xueyuan xuebao. Ziran kexue ban = J. Hubei Inst. Nat. Natur. Sci.* 2003. 21, № 3, 30–32. Библ. 3. Кит.; рез. англ.

Рассматривается ряд вида

$$S_m = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2m}},\ m \in \mathbf{Z}^+.$$

Известно, что $S_1 = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$. Представляя S_m в виде $S_m = a_m\pi^{2m}$, авторы для вычисления коэффициентов a_m предлагают рекуррентную формулу

$$a_m = (-1)^{m-1}\frac{2m-1}{(2m+1)!}4^{m-1} + (-1)^m\frac{4^{m-1}}{(2m-1)!}a_1 +$$

$$+(-1)^{m+1}\frac{4^{m-2}}{(2m-3)!}a_2 + \ldots + (-1)^{m+(m-2)}\frac{4}{3!}a_{m-1},$$

$$m \geqslant 2,\ a_1 = \frac{1}{6}.$$

Даны явные выражения для S_m при $m = 1(1)5$.

М. Керимов

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

УКАЗАТЕЛЬ ИСТОЧНИКОВ

Журналы

Конференции и сборники

Functions, Series, Operators: *Alexits Memorial Conference, Budapest, Aug. 9–13, 1999*. Budapest: Janos Bolyai Math. Soc. 2002 **04.05-13Б.106**